

# **Решение уравнений и неравенств с переменными ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ**

Программа спецкурса по математике для  
учащихся 9 класса (адаптированная)

Срок реализации – 1 год

Составитель: Гусева Марина Валентиновна,  
учитель математики,  
высшая квалификационная категория

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Основная задача обучения математике в школе – обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности каждому члену общества, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования. От степени реализации данных задач зависит достижение учащимися положительных результатов на итоговой аттестации. Спецкурс «Решение уравнений и неравенств род знаком модуля» является поддерживающим основной курс математики основной школы.

Данный спецкурс дает примерный объем знаний, умений и навыков, которым должны овладеть школьники. В этот объем, безусловно, входят те знания, умения и навыки, обязательное приобретение которых предусмотрено требованиями программы общеобразовательной школы: однако предполагается более высокое качество их сформированности. Учащиеся должны научиться решать задачи более высокой по сравнению с обязательным уровнем сложности, овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне их свободного использования. Одна из целей преподавания данного курса ориентационная – помочь осознать ученику степень значимости своего интереса к математике и оценить свои возможности, поэтому интерес и склонность учащегося к занятиям на курсах должны всемерно подкрепляться и развиваться.

Элективный курс рассчитан на учащихся 9 классов и посвящен систематическому изложению материала, связанного с понятием модуля числа и его применения при решении уравнений и неравенств. Материал данного курса содержит «нестандартные» методы, которые позволяют более эффективно решать широкий класс заданий, содержащих модуль, и, безусловно, может использоваться учащимися как на занятиях элективного курса, так и на уроках математики в 9 классе. Программа курса включает 17 учебных часов.

### ***Цели курса:***

– помочь повысить уровень понимания и практической подготовки в таких вопросах, как:

- а) преобразование выражений, содержащих модуль;
- б) решение уравнений и неравенств, содержащих модуль;
- в) построение графиков элементарных функций, содержащих модуль;

– создать в совокупности с основными разделами курса базу для развития способностей учащихся;

– помочь осознать степень своего интереса к предмету и оценить возможности овладения им с точки зрения дальнейшей перспективы.

### ***Задачи курса:***

#### **Образовательная:**

– научить разным методам решения задач, в которых присутствует модуль числа.

#### **Развивающая:**

– развивать умения преодолевать трудности при решении задач разного уровня сложности.

#### **Воспитательная:**

– помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы, формировать логическое, абстрактное, эвристическое мышление.

Работа курса строится на принципах:

- научности;
- доступности;
- опережающей сложности;
- вариативности;
- самоконтроля.

Курс в основном предназначен для учащихся, увлекающихся математикой, но благодаря содержанию курс может быть интересен и другим категориям школьников. Курс построен на материале алгебры 7-9 классов. Содержание курса качественно отличается от базового тем, что в нем будут изучаться многие интересные задания с модулем числа, т.к. у них своя специфика. Это и уравнения, неравенства, графики, которых нет в учебниках.

### **ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И СПОСОБЫ ИХ ОЦЕНКИ**

В результате изучения курса **учащиеся должны уметь:**

- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения в ходе решения заданий;
- применять изученные алгоритмы для решения соответствующих заданий;
- преобразовывать выражения, содержащие модуль;
- решать уравнения и неравенства, содержащие модуль;
- строить графики элементарных функций, содержащих модуль.

На занятиях спецкурса развиваются коммуникативные качества обучающихся, чему способствует работа в парах, группах, выступления с докладами, коллективное обсуждение решений. Развивается потребность в самообразовании, совершенствуется самостоятельная работа учащихся.

### **КОМПЕТЕНЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА**

#### ***Познавательные:***

- Умение самостоятельно и мотивированно организовывать свою познавательную деятельность (от постановки цели до получения и оценки результата).
- Участие в организации и проведении учебно-исследовательской работы. Самостоятельное создание алгоритмов познавательной деятельности для решения задач творческого и поискового характера.
- Создание собственных текстов с использованием разнообразных средств.

#### ***Информационные:***

- Поиск нужной информации по заданной теме в источниках различного типа.
- Извлечение необходимой информации из текстов, таблиц, графиков.
- Отделение основной информации от второстепенной.
- Передача содержания информации адекватно поставленной цели (сжато, полно, выборочно).
- Развернутое обоснование суждения, приведение обоснования (доказательства), примеров.

#### ***Коммуникативные:***

- Владение навыками организации и участия в коллективной деятельности; восприятие иных мнений, объективное определение своего вклада в общий результат.
- Оценивание своего поведения в группе, выполнение требований в совместной практической деятельности.
- Умение отстаивать свою точку зрения.
- Развитие готовности к сотрудничеству.

Для успешного анализа и самоанализа прохождения курса будут использованы диагностические работы. (ПРИЛОЖЕНИЕ 1)

### **СОДЕРЖАНИЕ**

**Тема 1. Введение.** Модуль числа (понятие, определение, применение в других областях науки и техники). Модуль действительного числа. История происхождения.

Определение: *абсолютной величиной (или модулем)*  $|a|$  числа  $a$  называется: само число, если  $a$  – положительное число; нуль, если число  $a$  – нуль; число, противоположное числу  $a$ , если  $a$  – отрицательное число:  $|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$

**Свойства модуля действительного числа.**

1.  $|a + b| \leq |a| + |b|$ .
2.  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ .
3.  $\left|\frac{1}{a}\right| = \frac{1}{|a|}$  при  $a \neq 0$ .
4.  $|a - b| \geq |a| - |b|$ .

Применение модуля в других областях “Модуль в точных науках и его применение”.

**Тема 2. Решение уравнений с переменной под знаком модуля аналитическим способом.**

Простейшие уравнения с модулем (решение уравнений по определению). Решение простейших уравнений с модулем вида  $|f(x)| = a$ ,  $|f(x)| = g(x)$ . Решение уравнений с модулем. Уравнения, содержащие два модуля. Решение уравнений вида  $|f(x)| = |g(x)|$ .

При решении уравнений вида  $|f(x)| = |g(x)|$  традиционным способом, в несложных случаях можно возвести обе части уравнения в квадрат, избавившись от модуля и получив равносильное уравнение.

**Тема 3 . Решение задач, содержащих модуль (4 часа)**

Уравнения, содержащие два модуля и более. Решение уравнений вида  $||f(x)|| = a$  (уравнения с “вложенными” модулями),  $|f(x)| + |g(x)| = a$ .

При решении уравнений содержащих два или более модулей можно использовать, кроме обычных способов, метод интервалов.

**Тема 4. Решение неравенств, содержащих неизвестную величину под знаком модуля (3 часа)**

Неравенства, содержащие модуль. Решение неравенств вида  $|f(x)| > a$ ,  $|f(x)| < a$ ,  $|f(x)| > g(x)$ ,  $|f(x)| < g(x)$  и т.д. Принцип решения неравенств, содержащих модули, аналогичен решению соответствующих уравнений. Отличие состоит в том, что при решении уравнений широко используется проверка, а при решении неравенств это часто вызывает затруднения. Следовательно, при решении неравенств необходимо использовать равносильные переходы, некоторые неравенства решаются с помощью замены переменной. Но более рационально - перейти к двойному неравенству или к равносильной системе двух

неравенств  $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x), \end{cases}$  и также переходя

к равносильной совокупности двух неравенств  $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x), \\ f(x) < -g(x). \end{cases}$

**Тема 5. Графический способ решения линейных уравнений и неравенств, содержащих модуль (3 часа)**

Построение графиков функций  $y = |f(x)|$ ,  $y = f(x)|$ .

Построение графика функции  $y = |f(x)|$ : части графика функции  $y = f(x)$ , лежащие выше оси  $x$  и на оси  $x$ , остаются без изменения, а лежащие ниже оси  $x$  – симметрично отражаются относительно этой оси (вверх).

Замечание: функция  $y = |f(x)|$ : неотрицательна (ее график расположен в верхней полуплоскости).

Построение графика функции  $y = |f(x)|$ : часть графика функции  $y = f(x)$ , лежащая левее оси  $y$ , удаляется, а часть, лежащая правее оси  $y$  - остается без изменения и, кроме того, симметрично отражается относительно оси  $y$  (влево). Точка графика, лежащая на оси  $y$ , остается неизменной.

Замечание: функция  $y = |f(x)|$ : четная (ее график симметричен относительно оси  $y$ ).

### Тема 8. Зачетное занятие.

Формой итогового контроля может стать самостоятельная работа, тестовая работа, собеседование, доклад, защита проекта и т.д.

## УЧЕБНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Название темы	Кол-во часов	Форма занятия	Образовательный продукт, формы работы
<b>Введение (1час)</b>				
1.	Модуль действительного числа. История происхождения.	1	Анкета, диагностическая работа № 1.	Устные сообщения
<b>Решение уравнений с переменной поз знаком модуля аналитическим способом (5 часов)</b>				
2.	Решение уравнений с переменной поз знаком модуля аналитическим способом .	1	Лекция с элементами практики.	Таблица «Свойства модуля»
3.	Алгоритм решения уравнений с переменной под знаком модуля.	1	Практикум.	Практические работы учащихся
4.	Решение уравнений вида $f( x ) = q(x)$	1	Лекция, практикумы.	Работа в группах.
5.	Решение уравнений вида $ f(x)  =  q(x) $	1	Занятие-исследование, урок одной задачи	Работа с литературой, доклад.
6.	Решение уравнений разных типов, содержащих модуль.	1	Лекция, практикум.	Тест
<b>Решение задач, содержащих модуль (4 часа)</b>				
7.	Основные способы решения задач с помощью уравнений, содержащих модуль.	1	Лекция с элементами практики. Занятие-эксперимент.	Опорный конспект
8-9.	Метод замены переменной	2	Лекция с элементами практики.	Практическая работа.
10.	Решение задач разных типов, содержащих модуль.	1	Практикум.	Практическая работа.
<b>Решение неравенств, содержащих неизвестную величину под знаком модуля (3 часа)</b>				
11.	Основные методы решения неравенств, содержащих модуль.	1	Лекция.	Сообщения учащихся.

12-13.	Решение неравенств, содержащих модуль.	2	Практикум.	Практические работы.
<b>Графический способ решения линейных уравнений и неравенств, содержащих модуль (3 часа)</b>				
14.	Построение графиков функций, содержащих модуль.	1	Лекция.	Графическая работа.
15-16.	Графический способ решения уравнений и неравенств с модулем.	2	Практикум.	Практические работы.
17.	<b>Зачетное занятие.</b>	<b>1</b>	Диагностическая работа №2.	Зачетная работа.
<b>ИТОГО:</b>		<b>17</b>		

### ПРОГРАММНО – МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ

1. Гусев, В. А. Внеклассная работа по математике в 6–8 классах: книга для учителя. – М.: Просвещение, 1984.
2. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. Под редакцией В.В.Вавилова М.: Наука, 1987
3. Зорин В.В. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. М.: Высшая школа, 1980
4. Коршунова, Е. Модуль и квадратичная функция // Математика. – № 7. – 1998.
5. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. М.: Просвещение, 1990
6. Коваленко В.Г. Дидактические игры на уроках математики: Кн. для учителя.- М.: Просвещение, 1990
7. Олехних С.Н. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения. 10-11 классы. М.: Дрофа, 2002
8. Садыкина, Н. Построение графиков и зависимостей, содержащих знак модуля // Математика. – № 33. – 2004. – С. 19–21.
9. Сборник задач по математике с решениями. Под редакцией М.И.Сканави. М.: Оникс, 1998
10. Скворцова, М. Уравнения и неравенства с модулем. 8–9 классы // Математика. – № 20. – 2004. – С. 17.
11. Степанов В.Д. Активизация внеурочной работы по математике в средней школе: Кн. для учителя.- М.: Просвещение. 1991
12. Электронные ресурсы: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru), свободный доступ.
13. Электронные ресурсы: [www.ege.edu.ru](http://www.ege.edu.ru), свободный доступ

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Диагностическая работа №1 проводится на первом занятии курса.

Задача проведения работы: выявление уровня знаний, умений и навыков по теме «Модуль числа»

**Содержание диагностической работы № 1:**

1. Упростить выражение  $\frac{a^2 - 9}{|a| + 3}$ .
2. Решить уравнение:  $|x + 4| = 5$ .
3. Решить уравнение:  $3|x^2 + 4x + 2| = 5x + 16$ .
4. Решить неравенство:  $|2x - 4| \geq 6$ .

5. Решить неравенство:  $|3x + 5| < 2$ , изобразить множество решений на координатной оси.
6. Построить график функции  $y = 2|x + 2| - 3$ .

Диагностическая работа №2 проводится на 17 занятии курса.

Задача проведения работы: выявление знаний, умений учеников полученных в результате изучения элективного курса.

**Содержание диагностической работы № 2.**

1. Упростите выражение:  $\frac{a^2 - |a| + 1 - a}{|a - 1|}$ .
2. Решите уравнение:  $|x + 4| = 2x - 5$ .
3. Решите уравнение:  $|5x^2 - 10x + 25| = 10x - 5$ .
4. Решите неравенство:  $|x - 12| > x + 3$ .
5. Решите неравенство и изобразите множество решений на координатной прямой:  
 $3|x^2 - 4| \leq 3$
6. Построить график функции:  $y = 2|x - 2| + 5$ .
7. Построить график функции:  $y = ||x| - 3|$ .

**Критерии оценки**

Правильно выполненные и аргументированные решения - 1 балл.  
Задания, выполненные с ошибкой, но логически верные - 0,5 балла.  
Не выполненные задания - 0.

**Уровень знаний оценивается по следующим критериям:**

<i>низкий уровень</i>	<i>1 – 3 балла</i>
<i>средний уровень</i>	<i>3,5 – 5 баллов</i>
<i>высокий уровень</i>	<i>5,5 – 7 баллов</i>