Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение
«Балахнинская средняя общеобразовательная школа»

Проценты в нашей жизни

программа спецкурса по математике для учащихся 9 класса
(адаптированная)
Срок реализации – 1 год

Составитель: Гусева Марина Валентиновна,
учитель математики,
высшая квалификационная категория

п. Балахнинский, 2018

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математика, давно став языком науки и техники, в настоящее время все шире проникает в повседневную жизнь и обиходный язык, все более внедряется в традиционно далекие от нее области. Интенсивная математизация различных областей человеческой деятельности особенно усилилась с внедрением современных информационных технологий, требующих математической грамотности человека буквально на каждом рабочем месте. Это предполагает и конкретные математические знания, и определенный стиль мышления, вырабатываемый математикой.

Проценты – одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни. Понимание процентов и умение производить процентные расчеты в настоящее время необходимо каждому человеку, это способствует «вхождению» в современную информационно-экономическую среду и, в конечном счете, облегчает социализацию. Понятие «проценты» вошло в нашу жизнь не только с уроками в средней школе и с проведением сложных научно-исследовательских работ, не только с выпечкой кулинарных изделий и приготовлением лакомств, солений и варений, оно буквально атакует нас в пору утверждения рыночных отношений в экономике, в пору банкротств, кредитов, инфляций, девальваций. Проценты творят чудеса. Зная их, бедный может стать богатым. Обманутый вчера в торговой сделке покупатель сегодня обоснованно требует процент торговой скидки. Вкладчик сбережений учится жить на проценты, грамотно размещая деньги в прибыльное дело.

«Брать ссуду в банке или купить в кредит? Может быть выгоднее накопить денег для покупки дорогостоящей вещи?» Чтобы ответить на эти вопросы, требуется умение решать задачи по теме «Проценты».

«Вы умеете рационально тратить деньги? Вы можете купить товар, на приобретение которого у вас недостаточно средств? Вы знаете, какие для этого существуют возможности?» Данный курс позволит ответить и на эти поставленные вопросы.

А может быть, Вы - будущий бизнесмен, экономист, банковский работник или химик, то вам просто необходимо «дружить» с процентами. Ведь с понятием проценты приходится сталкиваться нам часто. Современный человек должен уметь рассчитывать в % снижение и повышение цен на товары, зарплату, инфляцию, пользоваться вкладом в банке и т.д.

Предлагаемый курс «Проценты в нашей жизни» демонстрирует учащимся применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задачи технологии производства. Познавательный материал курса будет способствовать не только выработке умений и закреплению навыков процентных вычислений, но и формированию устойчивого интереса учащихся к процессу и содержанию деятельности, а также познавательной и социальной активности.

Элективный курс «Проценты в нашей жизни» призван помочь учащимся систематизировать знания и умения по теме «Проценты», повысить свою математическую и алгоритмическую культуру, достичь уверенных навыков в решении стандартных задач по алгебре, освоить эвристические подходы к решению нестандартных, творческих задач, а также сформировать привычку к поисковой активности, существенную отнюдь не только при занятиях математикой, но и в обыденной жизни. Разработка программы данного курса обусловлена непродолжительным изучением темы «Проценты» на первом этапе основной школы, когда учащиеся в силу возрастных особенностей еще не могут получить полноценные представления о процентах, об их роли в повседневной жизни. На последующих этапах обучения повторного обращения к этой теме не предусматривается. Во многих школьных учебниках можно встретить задачи на проценты, однако в них отсутствует компактное и четкое изложение соответствующей теории вопроса. В тоже время, текстовые задачи на проценты включены в материалы итоговой аттестации за курс основной и средней школы, различные конкурсные работы. Однако практика показывает, что задачи на проценты вызывают затруднения у учащихся и очень многие, окончившие школу, не имеют прочных навыков обращения с процентами в повседневной жизни.

Программа курса состоит из шести основных тем, в которых отражается применение процентных расчетов в различных сферах деятельности.

Программа курса является развитием системы ранее приобретённых знаний, расширяет и углубляет базовую программу по математике, не нарушая ее целостности. Теоретические и прикладные вопросы предполагается изучать от темы к теме, решать задачи по возрастанию их сложности. Курс предполагает, что учащиеся смогут свободно решать задачи, предлагаемые самой жизнью, сумеют просчитать различные предложения магазинов, кредитных отделов и различных банков, и выбрать наиболее выгодные.

В каждом разделе курса имеются задания на актуализацию и систематизацию знаний учащихся. Познавательный материал курса будет способствовать не только выработке умений и закреплению навыков процентных вычислений, но и формированию устойчивого интереса учащихся к процессу и содержанию деятельности, а также познавательной и социальной активности. Данный курс позволит увлечь школьников математикой, повысить познавательную мотивацию школьников, разнообразить учебный процесс.

Внутрипредметные связи, при изучении содержания курса, находят свое воплощение в построении и исследовании математических моделей (уравнений и их систем, графиков функций и т.п.), служат обобщению и приведению знаний в систему по ходу обучения.

При изучении курса используется поисково-исследовательская деятельность учащихся, которая реализуется и на занятиях, и в ходе самостоятельной работы школьников. Предлагаются такие формы занятий как лекция, практикум, деловая игра, семинар. Рекомендуется начать изучение курса с экскурсии в банк, магазин с целью привития интереса к данному вопросу. Проведение занятий может быть организовано в индивидуальной и фронтальной форме, а при работе по проблеме исследования создаются группы. Содержание индивидуальных, групповых заданий предлагает выбор учащимися объектов исследования.

В конце изучения курса предполагается защита учащимися своих проектов, индивидуальных заданий по выбранной ими теме.

Цель курса:

Научить учащихся решать задачи на проценты.

Задачи курса:

- сформировать понимание необходимости знаний процентных вычислений для решения большого круга задач, показав широту применения процентных расчетов в реальной жизни;
- сформировать умения грамотно и экономно производить процентные вычисления, необходимые для применения в практической деятельности;
- развивать культуру решения задач и поиска способа решения задач;
- научить решать основные задачи на проценты, применять формулу сложных процентов;
- прививать учащимся основы экономической грамотности;
- помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы
- развить способности учащихся к исследовательской и проектной деятельности.

Особенности условий реализации программы спецкурса:

- Группа формируется из учащихся 9-х классов школы.
- Часы для проведения занятий выделяются из школьного компонента учебного плана
- Состав группы постоянный.

ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И СПОСОБЫ ИХ ОЦЕНКИ

По окончании изучения курса учащиеся должны:

- иметь представление о применении процентов в повседневной жизни;
- уметь представлять проценты в виде дроби и дробь в виде процентов;
- уметь находить проценты от величины, величину по ее проценту;
- уметь выражать отношения в процентах;
- уметь применять полученные математические знания в решении жизненных задач;
- уметь использовать дополнительную математическую литературу.

Во время проведения элективного курса отслеживаются результаты работы учащихся.

Отслеживаются:

- знания и практические навыки учащихся;
- рефлексивные способности;
- самостоятельность, креативность, инициативность.

Способы отслеживания результатов:

- самоанализ учащимися собственных умений, навыков;
- наблюдение за процессом деятельности;
- анализ самостоятельных работ учащихся;
- оценка проектов.

Элективный курс подразумевает безотметочную систему оценки знаний.

КОМПЕТЕНЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КУРСА

Познавательные:

- Умение самостоятельно и мотивированно организовывать свою познавательную деятельность (от постановки цели до получения и оценки результата).
- Участие в организации и проведении учебно-исследовательской работы. Самостоятельное создание алгоритмов познавательной деятельности для решения задач творческого и поискового характера.
- Создание собственных текстов с использованием разнообразных средств.

Информационные:

- Поиск нужной информации по заданной теме в источниках различного типа.
- Извлечение необходимой информации из текстов, таблиц, графиков.
- Отделение основной информации от второстепенной.
- Передача содержания информации адекватно поставленной цели (сжато, полно, выборочно).
- - Развернутое обоснование суждения, приведение обоснования (доказательства), примеров.

Коммуникативные:

- Владение навыками организации и участия в коллективной деятельности; восприятие иных мнений, объективное определение своего вклада в общий результат.
- Оценивание своего поведения в группе, выполнение требований в совместной практической деятельности.
- Умение отстаивать свою точку зрения.
- Развитие готовности к сотрудничеству.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ.

Тема 1. Проценты. Основные задачи на проценты (2 часа).

История появления процентов. Понятие процента. Установочный тест.

Устраняются пробелы в знаниях по решению основных задач на проценты:

- нахождение процентов от числа (величины);

- нахождение числа по его проценту;
- нахождение процента одного числа от другого.

Актуализация об арифметических и алгебраических приемах решения задач.
Сферы применения процентных расчётов. Основные соотношения на процентные расчёты, составление процентного отношения. Решение типовых задач на проценты.

Тема 2. Процентные расчеты в жизненных ситуациях (3 часа).

Показ широты применения в жизни процентных расчетов. Использование процентных расчётов в жизненных ситуациях, в банковском деле, на производстве, в бизнесе и т.д.

Введение базовых понятий экономики: процент, прибыли, стоимость товара, заработная плата, бюджетный дефицит и профицит, изменения тарифов, пеня и др. Решение задач, связанных с банковскими расчетами: вычисление ставок процентов в банках, процентный прирост, определение начальных вкладов. Выполнение тренировочных упражнений.

Тема 3. Задачи на смеси, сплавы, концентрацию (3 часа).

Усвоение учащимися понятий концентрации вещества, процентного раствора. Формирование умения работать с законом сохранения массы. Обобщение полученных знаний при решении задач на проценты. Понятие объёмной (массовой) процентной концентрации. Решение задач, связанных с понятиями «концентрация», «процентное содержание». Решение старинных задач.

Тема 4. Практикум по решению прикладных задач (3 часа).

Алгоритм решения задач методом составления уравнений. Решение задач на числах с постепенным обобщением решения. Решение более сложных задач на процентные расчёты методом составления уравнений. Решение текстовых задач, предлагаемых на уроках физики, химии, информатики.

Исследовательская работа: что выгоднее – купить товар за наличные или взять в кредит?

Тема 5. Правило начисления «сложных процентов» (2 часа).

Формула начисления «сложных процентов», формула простого процентного роста. Решение задач на применение формул.

Тема 6. Защита проектов (2 час).

Отчёт групп о проделанной работе по проблеме исследования. Защита проектов.

Тема 7. Заключительное занятие (1 час).

Форма занятия: деловая игра «Проценты в нашей жизни».

УЧЕБНО – ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Наименование тем курса	Всего часов	Формы занятий	Форма контроля
1.	Проценты. Основные задачи на проценты.	2	Лекция, практикум	Тест
2.	Процентные вычисления в жизненных ситуациях.	3	Практикум, семинар	Самостоят. работа
3.	Задачи на сплавы, смеси, растворы, концентрацию. Старинный способ решения задач.	3	Лекция, практикум	Зачет

4.	Практикум по решению прикладных задач.	3	Практикум	Самостоят. работа
5.	Правила начисления сложных процентов.	2	Лекция, практикум	Тест
6.	Защита проектов.	2	Семинар	Защита проектов
7.	Заключительное занятие. Деловая игра: «Проценты в нашей жизни».	1	Деловая игра	
	ИТОГО:	**16**		

ПРОГРАММНО – МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕСУРСЫ

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Барабанов О.О. Задачи на проценты как проблемы словоупотребления // Математика в школе. – 2003. – № 5. – С. 50–59.
2. Башарин Г. П. Элементы финансовой математики. – М.: Математика (приложение к газете «Первое сентября»). – № 27. – 1995.
3. Водинчар М.И., Лайкова Г.А., Рябова Ю.К., Решение задач на смеси, растворы и сплавы методом уравнений// Математика в школе. -2001- №4.
4. Канашева Н.А. О решении задач на проценты // Математика в школе. - №5. –2005.
5. Левитас Г. Г. Об изучении процентов в 5 классе // Математика в школе. – № 4. –2001. – С. 39.
6. Никольский С.Н., Потапов М.К., Решетников Н.Н. Алгебра в 7 классе: методические материалы. – М.: Просвещение, 2008.
7. Рязановский А.Р. Задачи на части и проценты//Математика в школе. №1 –2004.
8. Симонов А.С. Проценты и банковские расчеты // Математика в школе. – 1998. - №4.
9. Симонов А.С. Сегодняшняя стоимость завтрашних платежей// Математика в школе. – 1998. - №5.
10. Симонов А. С. Сложные проценты // Математика в школе. – 1998. –№6.
11. Соломатин О.Д. Старинный способ решения задач на сплавы и смеси // Математика в школе – 1997 - №1.
12. Шевкин А. В. Текстовые задачи. – М.: Изд. отд. УНЦ ДО МГУ, 1999. – 60 с.
13. Шорина С.П. Обоснование старинного способа решения задач на смеси. // Математика в школе. – 1997 - №6.

Интернет – ресурсы

1. httup//mat.1september.ru (Сайт газеты «Математика»).
2. www.math.ru (Интернет – поддержка учителей математики).
3. www.math.ru/lib (Электронная математическая библиотека).
4. www.pedlib.ru (Педагогическая библиотека).

ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

1. Виленкин Н. Л. За страницами учебника математики. – М.: Просвещение,2002. – С. 73.
2. Денищева Л.О., Бойченко Е.М., Глазков Ю.А. и др. Готовимся к единому государственному экзамену. Математика. – М.: Дрофа, 2012.
3. Перельман Я. И. Занимательная алгебра. – М.,2001.
4. Сканави М.И.,- М.: Высшая школа,1998.
5. Соболь Б. В., Виноградова И. Ю., Рашидова Е. В. Пособие для подготовки к единому государственному экзамену и централизованному тестированию по математике. – 8-е изд.– Ростов-на-Дону: Феникс, 2012. – 352 с.

Интернет – ресурсы

1. kvant.mcce.ru (Электронная версия журнала «Квант»).
2. http;//www.encyclopedia.ru (Сайт «Энциклопедии»).
3. http;//www.rubricon.ru (Сайт «Энциклопедии»).
4. www.math.ru/lib (Электронная математическая библиотека).
5. www.uic.ssu.samara.ru (Путеводитель «В мире науки» для школьников).

ПРИЛОЖЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ

Приложение 1.

Вводный тест по теме «Проценты».

1. Найдите 25% от 56.
А) 14 Б) 22,04 В) 20 Г) 25
2.Найдите число, если 1% его равен 75.
А) 0,75 Б) 7,5 В) 7500 Г) 750
3. Клубника содержит 6% сахара. Сколько килограммов сахара в 27 кг клубники?
А) 1,82 кг Б) 1,62 кг В) 2,24 кг Г) 2,42 кг
4. Книга стоила 25 р. После повышения цены она стоит 30,25 р. На сколько процентов возросла стоимость книги?
А) на 21% Б) на 20% В) на 24% Г) на 25%
5. Найдите число, 34% которого равны 170.
А) 57,8 Б) 500 В) 56,5 Г) 510
6. На математической олимпиаде 32% участников получили грамоты. Сколько школьников приняло участие в олимпиаде, если наградили 416 человек?
А) 932 Б) 1300 В) 133,1 Г) 1340
7. Надо вспахать участок поля в 500 га. В первый день вспахали 150 га. Сколько процентов составляет вспаханный участок от всего участка?
А) 330% Б) 30% В) 125% Г) 45%
8. Число уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить полученное число, чтобы получить данное число?
А) на 20% Б) на 40% В) на 25% Г) на 30%
9. Число 56 составляет 80% от некоторого числа. Найдите среднее арифметическое этих чисел.
А) 63 Б) 44,8 В) 126 Г) 56
10. Сторону квадрата уменьшили на 20%. На сколько процентов уменьшилась его площадь?
А) на 20% Б) на 36% В) на 10% Г) на 40%

Таблица ответов:

№ задания	Ответ
1	А
2	В
3	Б
4	А
5	Б
6	Б
7	Б
8	В
9	А
10	Б

Приложение 2.

Решение задач на проценты с помощью уравнений.

I.Тест – опрос. Установите истинность (ложность утверждения)

1) Верно ли:

а) 37% = 0,37

б) 290% = 2,9

в) 9% = 0,9

2) Верно ли:

а) 5% от 400 равно 20

б) 20% от 300 равно 6

в) 1% от 1 м равно 10 см

3) Найти число х:

а) 4% его равны 160; х = 400

б) 70% его равны 560; х = 800

в) 17% его равны 68; х = 400

4) Процентное отношение чисел:

а) 150 к 500 равно 30%

б) 7 к 10 равно 700%

в) 137 к 100 равно 137%

Таблица ответов:

1			2			3			4		
а	Б	в	а	б	В	А	б	в	а	б	в
+	+	–	+	–	+	–	+	+	+	–	+

Условные обозначения:

+ «Истина»

– «Ложь»

II. Решение задач.

Задача 1. Одной машинистке на перепечатку рукописи требуется на 12 ч больше, чем другой. Если 25% рукописи перепечатает первая машинистка, а затем к ней присоединится вторая машинистка, то на перепечатку рукописи им понадобиться 35 ч, считая от момента начала работы первой машинистки. За сколько часов могла бы перепечатать рукопись каждая машинистка, работая отдельно?

Решение: Пусть на перепечатку рукописи первой машинистке требуется х ч, тогда второй потребуется (х – 12) ч. На перепечатку 25% рукописи первая машинистка затратит $\frac{x}{4}$ ч. Выясним теперь, сколько времени потребуется двум машинисткам на перепечатку оставшихся 75% рукописи. Первая машинистка перепечатывает за один час $\frac{1}{x}$ часть рукописи, вторая – $\frac{1}{x-12}$ часть рукописи, а вместе за час они перепечатывают $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-12}$ часть рукописи. На перепечатку $\frac{3}{4}$ рукописи им потребуется $\frac{3}{4}:\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-12}\right)$ ч, т.е. $\frac{3x(x-12)}{4(2x-12)}$ ч. Отсюда получаем уравнение: $\frac{x}{4}+\frac{3x(x-12)}{4(2x-12)}=35$

Решив это уравнение, найдем, что оно имеет два корня: $x_1 = 60$ и $x_2 = 5,4$.
Второй корень не соответствует условию задачи.
Ответ: первой машинистке на перепечатку рукописи требуется 60 ч, а второй – 48 ч.

Задача 2. Положив в банк деньги, вкладчик получил через год прибыль в 240 тысяч рублей. Однако он не стал забирать деньги из банка, а, добавив к ним еще 60 тысяч, снова оставил деньги на год. В результате спустя еще год он получил в банке 1 миллион 100 тысяч рублей. Какая сумма была положена в банк первоначально и какой процент прибыли в год давал банк?

Решение: Допустим, что первоначальный вклад составляет x тысяч рублей. Тогда процент прибыли за год равен $\frac{240}{x} \cdot 100\%$. Сумма вклада, положенного в банк через год, составила $x + 240 + 60$ тысяч рублей, т.е. $x + 300$ тысяч рублей. Этот вклад принес доход, равный $(x + 300)\frac{240}{x}$ тысячам рублей. Всего вкладчик получил 1100 тысяч рублей.

Получаем уравнение: $(x + 300) + \frac{(x + 300) \cdot 240}{x} = 1100$

Решив его, найдем, что это уравнение имеет два корня: $x_1 = 200$, $x_2 = 360$. Выполнив расчеты, можно убедиться, что оба корня соответствует условию задачи.
Ответ: задача имеет два решения: вкладчик вложил первоначально 200 тысяч рублей и получил доход 120% в год или вкладчик вложил первоначально 360 тысяч рублей и получил доход $66\frac{2}{3}\%$ в год.

Задача 3. Имелось два слитка меди. Процент содержания меди в первом слитке был на 40 меньше, чем процент содержания меди во втором. После того как оба слитка сплавили, получили слиток, содержащий 36% меди. Найдите процентное содержание меди в первом и во втором слитках, если в первом слитке было 6 кг меди, а во втором – 12 кг.
Решение: Обозначим за x массу первого слитка в кг, за y массу второго слитка в кг, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{6}{x} = 0,4 \\ \frac{18}{y + x} = 0,36 \\ x > 0, y > 0 \end{cases}$$

В результате получим: x=30, y=20.
Ответ: 30 кг, 20 кг

Задача 4. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом – через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?
Решение: Пусть a руб. - стоимость товара, x - число процентов. Тогда,
I магазин

Февраль $a - 0,1a = a(1 - 0,1)$

Март $a(1-0{,}1)-0{,}1\cdot a(1-0{,}1)=a(1-0{,}1)^2$

……………………………………

Июль $a(1-0{,}1)^6$

II магазин

Март $a-0{,}01xa=a(1-0{,}01x)$

Май $a(1-0{,}01x)^2$

Июль $a(1-0{,}01x)^3$

По условию задачи через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковые, составляем уравнение:

$a(1-0{,}1)^6=a(1-0{,}01x)^3$

$x=21$

Ответ: на 21%.

III. Задачи для самостоятельной работы.

Задача 1. В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 3%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышения, предусмотренной договором.

Решение: Пусть a руб. - зарплата, x - процент повышения зарплаты. Тогда,

По плану

I квартал $a(1+0{,}03)$ руб.

……………………………

IV квартал $a(1+0{,}03)^4$ руб.

Фактически

I полугодие $a(1+0{,}01x)$ руб.

II полугодие $a(1+0{,}01x)^2$ руб.

По условию задачи зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышения, предусмотренного договором, составляем уравнение:

$a(1+0{,}03)^4=a(1+0{,}01x)^2$

$x=6{,}09$

Ответ: на 6,09 %.

Задача 2. На заводе было введено рационализаторское предложение. В результате время, необходимое для изготовления рабочими некоторой детали, уменьшилось на 20%. На сколько процентов возросла производительность труда этого рабочего?

Решение: Пусть x - производительность труда, а y - весь объем работы. Тогда работа будет выполнена за время $\frac{y}{x}$. В результате роста производительности труда время на изготовление детали стало равно $0{,}8\frac{y}{x}$, соответственно производительность $y:0{,}8\frac{y}{x}$, или $\frac{x}{0{,}8}$.

Соответственно рост производительности труда составил: $\frac{x/0{,}8-x}{x}\cdot 100\%=25\%$

Ответ: 25%

Задача 3. Из жителей города одни говорят только на украинском, другие – только на русском, третьи – на обоих языках. По-украински говорят 85% всех жителей, а по-русски – 75%. Сколько процентов всех жителей этого города говорят на обоих языках?
Решение:
100%-85%=15% - не говорят на украинском;
100%-75%=25% - не говорят на русском;
100%-15%-25%=60% - говорят на обоих языках.
Ответ: 60%

Приложение 3.

Задачи на нахождение процента от величины

Устная работа.
В автобусном парке 50% составляют городские автобусы, 80% остальных - автобусы международного класса. Каких автобусов больше – городских или международного класса?
2) Какую часть величины составляют:
1%; 10%; 20%; 25%; 50%; 75%.
3) Найдите:
Запишите ответы или краткое решение в тетради.

20% от 165;	60% от 8 ц;
25% от 204;	15% от 10 кг;
50% от 57;	12% от 7000 р.
75% от 80	200% от 72 л

Решение:
20% = 1/5; 165 • 1/5 = 165: 5 = 33;
25% = 1/4 204: 4 = 51;
50% = 1/2 57: 2 = 28,5;
75% =3/4 80• ¾ = 80: 4 • 3 = 60;
60%; = 0,6 8 • 0,6 = 4,8 (ц);
15% = 0,15 10• 0,15 = 1,5 (кг);
12% = 12/100 7000 • 12/100 = 7000:100 • 12 = 940 (р.)
200% = 2 72 • 2 = 144 (л)
Цена книги понизилась на 10%. Найдите новую цену книги, если прежняя составляла 40 р.
Формирование умений и навыков.
Задача №1.
В начале года цены на машины повысили на 20%. В конце года при распродаже цены на машины понизились на 20%. Сравните новую цену на машины с первоначальной.
Вопросы учащимся:
- Как вы думаете, изменится ли цена на машины? (выслушать различные мнения, предложить практическую проверку, взяв конкретную цену на машины и выполнить вычисления) Для удобства проверки можно организовать работу в группах.
- Подумайте, повысится или понизится цена в сравнении с первоначальной?
При любой ли первоначальной цене стоимость машины будет меньше? Почему так происходит
Решение:
Предположим, что автомобиль стоил 200 тысяч рублей, тогда:
20% = 1/5, значит
200 : 5 = 40 (тыс. руб) – на столько повысилась цена
200 + 40 = 240 (тыс. руб) – новая стоимость, после повышения

240 : 5 = 48 (тыс. руб) - на столько понизилась цена машины
240 – 48 = 192 (тыс. руб) – цена машины в конце года
Таким образом, цена на автомобиль стала на 8 тыс. руб. меньше
Ответ: цена станет меньше.
Вывод: Если цену на товар сначала повысить на какое – то количество процентов, а затем снизить на столько же процентов, то новая цена будет ниже первоначальной.

Вопрос учащимся:
Как вы думаете, а если наоборот: сначала снизить цену на 20%, а затем повысить на 20% то какой будет цена в сравнении с первоначальной?

Решение:
Предположим, что автомобиль стоил 200 тысяч рублей, тогда:
20% = 1/5, значит
200 : 5 = 40 (тыс. руб) – на столько понизилась цена
200 - 40 = 160 (тыс. руб) – новая стоимость, после понижения
160 : 5 = 32 (тыс. руб) - на столько повысилась цена машины
160 + 32 = 192 (тыс. руб) – цена машины в конце года
Таким образом, цена на автомобиль стала на 8 тыс. руб. меньше.
Ответ: цена станет меньше.
Сделайте вывод.
Задача №2.
В двух магазинах продавали одинаковые конфеты по одной цене. В первом магазине цену увеличили на 10%, а через месяц – еще на 20%. Во втором магазине цену на конфеты подняли сразу на 30%. Одинаковы ли новые цены на конфеты в этих магазинах?
Вопросы учащимся:
Как вы думаете, одинаковы ли будут цены?
Проверьте свои предположения.
Решение:
Предположим, что первоначальная цена конфет 300 рублей.

1 магазин	Повышение в руб.	Стоимость после повышения
10% от 300 руб.	30 руб.	330 руб.
20% от ? руб		

1 магазин	Повышение в руб.	Стоимость после повышения
10% от 300 руб.	30 руб.	330 руб.
20% от 330 руб	66 руб.	396 руб.
2 магазин	Повышение в руб.	Стоимость после повышения
30% от 300 руб.	90 руб.	390 руб.

Вопросы учащимся:
При любой ли первоначальной цене в первом магазине новая цена будет больше?
Почему так происходит?
Верно ли, что в первом магазине в общей сложности цена выросла на 30%?
Вывод: Если цена поднялась несколько раз на какое – то количество процентов, то она будет выше, чем, если бы она поднялась сразу на это же количество процентов.
Вопросы учащимся:
Как найти процент от числа?
Если увеличить число на какое – то количество процентов, а затем уменьшить полученное число на столько же процентов, как изменится число? А если сначала уменьшить, а потом увеличить число?

Предположим, какое – то число уменьшили на 10%, а затем результат еще уменьшили на 10%. Сравните полученное число с тем, которое получилось бы, если бы данное число сразу уменьшили на 20%.
Что больше 15% от 17 или 17% от 15?

Домашнее задание.

Подготовить творческую работу по одной из предложенных тем:
Проценты в окружающем нас мире;
Веселые истории в стране процентов;
Исследование по теме: «Проценты и действия над ними в профессиях родителей»;
Сочините сказку (стихотворение, кроссворд, и т. д.);
Если есть возможность работать на компьютере, то подготовьте презентацию по теме «Проценты»;
Придумайте и оформите с решением свою задачу (задачи) на проценты. Обратите внимание на то, чтобы ваши работы были интересны по содержанию, содержали верную математическую информацию по теме, были красиво оформлены.

Приложение 4.

Зачет по теме «В мире процентов».

1-й вариант.

1. Первое число равно 0,4, второе 0,6. Сколько процентов составляет второе число от суммы этих чисел? На сколько процентов второе число больше первого и на сколько процентов первое меньше второго? Ответ: 60%, на 50%, на 33 1/3%.
2. Банк дает своим вкладчикам 25% годовых. Чему станет равен вклад 100 000 руб. через два года? Ответ: 156 250 руб.
3. При выполнении контрольной работы по математике 12% учеников не выполнили ни одного задания, 32% допустили ошибки, а остальные 14 человек решили задания верно. Сколько всего учеников в классе? Ответ: 25 учеников
4.Определите первоначальную стоимость продукта, если после подорожания соответственно на 120%, 200 % и 100 % его конечная стоимость составила 264 руб.
Ответ: 20 руб.
5. Лекарственная ромашка теряет при сушке 84% массы. Сколько килограммов ромашки нужно собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения? Ответ: 50 кг.
6. Сбербанк в конце года начисляет 20% к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 500 руб. через три года? Ответ: 864 руб.
7. а) Один раствор содержит 20% (по объему) соляной кислоты, а второй — 70%. Сколько литров первого и второго растворов нужно взять, чтобы получить 100 л 50%-го раствора соляной кислоты? Ответ: 40 л, 60 л.

2-й вариант

1. Первое число равно 0,5, второе 0,3. Сколько процентов составляет второе число от суммы этих чисел? На сколько процентов второе число меньше первого и на сколько процентов первое больше второго? Ответ:37,5%, на 40%, на 66 2/3%
2.Снижение себестоимости производства товара равно 5% в год. Первоначальная себестоимость товара равна 10 000 руб. Чему станет равной его себестоимость через два года?

Ответ: 9025 руб.

3. На заводе были изготовлены легковые и грузовые машины, причем 35 % всех изготовленных машин — легковые. Определите число изготовленных машин, если грузовых

изготовлено на 240 больше, чем легковых.
Ответ: 800 машин.
4.Предприниматель купил акции и через год продал их по номинальной стоимости, получив прибыль, причем полученная им сумма, составила 11 500 руб. Сколько акций было куплено предпринимателем, если прибыль составляет 15% от стоимости акции и равна 150 руб.?

Ответ:10 акций.

5.При добавлении воды к раствору его объем увеличился на 42% и стал равным 71 л. Определите первоначальный объем раствора. Ответ: 50 л
6. Сбербанк в конце года начисляет 20% к сумме, находящейся на счету в начале года. Каким станет первоначальный вклад в 1200 руб. через четыре года?
Ответ: 2488,32 руб.

7. Имеется кусок сплава меди с оловом массой 15 кг, содержащий 40% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 30 % меди?

Ответ: 5 кг.

Приложение 5.

Зачет по теме «Сложные проценты».

1. На товар снизили цену на 15% , затем еще на 12%. Какова цена товара, если он стоил 18руб.?

Решение.

Ак = 18*(1-0,15)(1-0,12) = 13,464.

Ответ: 13руб.46коп.

2. Первоначальная цена товара 16руб. После двух снижений на одно и то же число процентов цена стала 9руб. На сколько процентов цена снижалась каждый раз?

Решение.

$\frac{9}{16}$ = (1- 0,01P);

1 - 0,01P = $\frac{3}{4}$;

0,01P = 0,25

P = 25%.

Ответ: 25%

3. Имеется два слитка сплавов меди и олова. Первый содержит 40% меди, второй 32%. Какого веса надо взять куски этих слитков, чтобы после их переплавки получить 8кг. Сплава, содержащего 35% меди.

Решение.

Состояние вещества	I	II	III
С	х	У	8

К	0,4	0,32	0,35
М	0,4x	0,32y	2,8

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ 0{,}4x + 0{,}32 = 2{,}8 \end{cases}$$

x = 3кг.   y = 5кг.

Ответ: 3кг. 5кг.

4. Имеются два разных сплава меди. В первом меди содержалось на 40% меньше, чем во втором. После того как их сплавили вместе, получили сплав, содержащий 36% меди. Определить процентное содержание меди в первом и втором сплавах, если известно, что меди в первом сплаве было 6кг., а во втором 12кг.?

Решение.

Состояние вещества	I	II	III
С	$\frac{6}{x}$	$\frac{12}{0{,}4+x}$	50
К	x	x + 0,4	0,36
М	6	12	18

$$\frac{6}{x} + \frac{12}{0{,}4+x} = 50;$$

50x + 2x - 2,4 = 0;

x = 0,2.

Ответ: 20%. 60%.

5. Один раствор содержит 30%, а второй 55% азотной кислоты. Сколько надо взять первого и второго, чтобы получилось 100 литров 50%-го раствора азотной кислоты?

Решение.

Состояние вещества	I	II	III
С	x	У	100
К	0,3	0,55	0,5
М	0,3x	0,55y	50

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ 0{,}3x + 0{,}55y = 50 \end{cases}$$

x = 20л. y = 80л.

Ответ: 20л. 80л.

6. Имеется 5 л. 70%-го раствора серной кислоты. Сколько литров 80%-го раствора серной кислоты надо долить в этот раствор, чтобы получить 72% раствор серной кислоты?

Решение.

Состояние вещества	I	II	III
С	5	Х	5 + x
К	0,7	0,8	0,72
М	3,5	0,8x	0,72(5 + x)

3,5 + 0,8x = 0,72(5 + x);

x = 1,25л.

Ответ: 1,25л.

7. Морская вода содержит 5% соли. Сколько кг. Пресной воды надо добавить, если морской взято 80кг., чтобы содержание соли было 2%?

Решение.

Состояние вещества	I	II	III
С	80	Х	80 + x
К	0,05	0	0,02
М	4	0	0,02(80 + x)

0,02 (80 + x) = 4;

x = 120.

Ответ: 120.

8. Из сосуда содержащего 48 литров спирта и долили водой. Потом еще раз отлили столько же и долили водой. В сосуде осталось 27 литров чистого спирта. Сколько литров отливали каждый раз.

Решение.

$\frac{A_к}{A_н} = (1 - \frac{a}{A_н})$n;

$\frac{27}{48} = (1 - \frac{a}{48})^2$;

$$\frac{9}{16} = (1-\frac{a}{48})^2;$$

$$1 - \frac{a}{48} = \frac{3}{4};$$

а = 12л.

Ответ: 12л.

Приложение 6.

Тематика возможных проектных (творческих, исследовательских) работ учащихся.

1. Проценты на уроках. Учащимся предстоит выяснить, какие задачи «на проценты», и на каких предметах они решают. Учащимися проводится самостоятельная исследовательская работа, в ходе выполнения которой учащиеся выясняют, как используется понятие процентов при изучении других дисциплин? Результаты работы обсуждаются совместно, дополняются.

При изучении этого вопроса рассматривается использование процентов на уроках химии, физики, географии. В восьмом классе учащиеся начали изучать химию. Химия тесно связана с математикой, т.к. при решении химических задач необходимо знание процентов, умение составлять пропорции. Поэтому одной из таких работ может быть проект «Проценты на уроках химии».

2. Кредит, ссуда или сберегательный вклад? Понятие процентов и их роли в повседневной жизни. В этом проекте учащимся предстоит:

определить какую крупную вещь вы решили приобрести;

желательно познакомиться с правами и обязанностями потребителя (покупателя) и определить, что необходимо для того, чтобы стать грамотным покупателем;

изучить типы соответствующих магазинов в вашей местности, исследовать цены и ассортимент интересующих вас товаров;

определить максимально подходящий магазин для покупки, запланированной вещи;

выяснить (собрать) предложения

различных магазинов (цена товара, первый взнос, проценты по кредиту)

банков по ссудам (виды кредитов, проценты, сроки, условия)

банков по вкладам (процентные ставки, виды вкладов, сроки)

кредитных отделов (первый взнос, проценты, сроки возврата кредита);

выполнить расчеты, оформить результаты (таблицы, схемы, графики, диаграммы);

проанализировать полученные результаты, выбрать наиболее выгодные предложения.

3. Профессия + проценты. В этом проекте учащимся предстоит:

изучить интересные и престижные профессии,

выделить те группы профессий, в которых необходимы знания о процентах;
детально изучить несколько профессий,
создать базу данных (включающую название профессии, диапазон заработной платы, необходимые навыки образования и работы, учебные заведения в которых можно получить необходимое образование, какие школьные предметы требуются на вступительных экзаменах, предполагаемое место работы, должностные обязанности, и т.п.).

Приложение 7.

Дидактические материалы.

1.Основные задачи на проценты.

1.1 Нахождение процентов от данного числа.

Задача 1. Для лесопитомника школьники собрали 60 кг семян дуба, акации, липы и клена. Желуди составляли 60%, семена клена 15%, семена липы 20% всех семян, а остальное составляли семена акации. Сколько кг семян акации было собрано школьниками?

Решение.

Желуди -60% ,
клен -15% ,
липа -20%.
Осталось 100-60-15-20=5%,

Акации х кг- 5%,
семена 60 кг-100%.
х = 5· 60 : 100=3 кг семян акации
Ответ: 3 кг

Задача 2. Арбуз массой 20 кг содержал 99% воды. Когда он немного усох, то стал содержать 98% воды. Какова теперь масса арбуза?

Решение.

Масса «сухого вещества» в арбузе
100-99=1% или 20· 0,01=0,2 (кг).

После того, как арбуз усох, масса «сухого вещества» составила 100-98=2% от новой массы арбуза. Масса « сухого вещества» в арбузе не изменилась.

Пусть х кг новая масса арбуза, тогда 2% от х - это те самые 0,2 кг.

$0{,}02 \cdot x = 0{,}2$,
$x = 0{,}2 : 0{,}02$,
$x = 20 : 2$,
$x = 10$, значит новая масса арбуза 10 кг.

Ответ: 10 кг.

1.2 Нахождение числа по его процентам.

Задача 3. Ромашка при сушке теряет 84% своей массы. Сколько получится сухой ромашки из 50 кг свежей? Сколько надо взять свежей ромашки, чтобы получить 32 кг сухой ромашки?

Решение.

100% - вся масса (свежая),
84% -теряет,
100-84=16% остается (сухая),
50 кг -100%,
х кг -16%,
х =50 ·16 : 100 =8 кг сухой ромашки из 50 кг свежей,
у кг -100%,
32 кг -16%,

у = 32 · 100 : 16 = 200 кг свежей ромашки надо взять, чтобы получить 32 кг сухой.
Ответ: 8 кг, 200 кг.
Задача 4. Вес чая, получаемого из зеленого чайного листа, составляет 4% веса листа. Сколько надо чайного листа, чтобы получить 5,6 кг чая? Сколько получится чая из 750 кг чайного листа?
Решение.
Лист х кг- 100%, лист 750 кг – 100%,
чай 5,6кг- 4% , чай у кг – 4%,
х=5,6 · 100: 4 = 140 кг, у = 750 · 4 : 100 =30 кг.
Ответ:140 кг; 30 кг.

1.3 Процентное отношение двух чисел.

Задача 5. Надо вспахать участок поля в 500 га. В первый день вспахали 150 га. Сколько процентов составляет вспаханный участок от всего участка?
Решение.
Надо найти отношение вспаханной части участка ко всей площади участка и выразить это отношение в процентах:
150:500 = 0,3 = 30%
Ответ: 30%
Задача 6. Рабочий изготовил за смену 45 деталей вместо 36 по плану. Сколько процентов фактическая выработка составляет от плановой?
Решение.
45:36 = 1,25% = 125%
Ответ: 125%

1.4. Задачи всех типов.

Задача 7. Влажность воздуха к полудню по сравнению с утренней снизилась на 12% , а затем к вечеру еще на 5% по сравнению с полуднем. Сколько процентов от утренней влажности воздуха составляет влажность воздуха к вечеру и на сколько процентов она снизилась?
Решение.
Утро - х %. Полдень - на 12% меньше, т.е. х – 0,12х = 0,88х %.
Вечером – еще на 5% меньше: 5% от 0,88х – это 0,88х · 0,05 = 0,044х % ,
0,88х – 0,044х = 0,836х %,
х – 100%,
0,836х - ? %
$$?\% = \frac{0,836x \cdot 100}{x} = 83,6\ \%$$
100 – 83,6 = 16,4 %
Ответ:83,6% , на 16,4 %
Задача 8. В одном из городов Грузии часть жителей умеет говорить только по-грузински, часть - только по-русски. По-грузински говорят 85% всех жителей, по-русски – 75%. Сколько процентов всех жителей говорит на обоих языках?
Решение.
а)100% - 75% = 25% всех жителей не говорят по-русски;
б) 85% - 25% = 60% говорят по-русски и по-грузински.
Ответ: 60%
Задача 9. В бассейн проведена труба. Вследствие засорения ее приток воды уменьшился на 60%. На сколько процентов вследствие этого увеличится время заполнения бассейна?

Решение.
а) 100% - 60% = =40% = 0,4 – такую часть составляет оставшийся приток воды.
б) 1: 0,4 = 2,5 (раза) – во столько раз увеличится время, необходимое для наполнения бассейна, то есть оно увеличится на 150%.
Ответ: на 150%.
Задача 10. Ширину прямоугольника увеличили на 3,6 см, а длину уменьшили на 16%. В результате площадь нового прямоугольника оказалась больше прежнего на 5%. Найти ширину нового прямоугольника.
Решение.
a-ширина, b – длина, $S = a \cdot b$,
a +3,6 –новая ширина,
$b – 0,16b = 0,84b$ новая длина,
новая $S = (a + 3,6) \cdot 0,84b$,
$a \cdot b$ – 100%,
$(a + 3,6) \cdot 0,84b$ - 105%,
$(a + 3,6) \cdot 84b = 105ab$,
$84ab + 3,6 \cdot 84b = 105ab$,
$21ab = 302,4b$, разделим обе части на 21b,
a = 14,4; значит, старая ширина 14,4 см, тогда новая ширина 14,4 + 3,6 = 18 см.
Ответ: ширина нового прямоугольника 18 см.
Задача 11. Первое число равно 0,2; второе равно 0,3. Сколько процентов составляет первое число от суммы этих чисел? На сколько процентов первое число меньше второго и на сколько процентов второе больше первого?
Решение
0,2 + 0,3 = 0,5,
0,2 : 0,5 = 0,4 = 40%,
(0,3 - 0,2): 0,2 = 0,5 = 50 %,
(0,3 -0,2): 0,3 = 1/3 = 33 1/3%.
Ответ: 40%, на 50%, на 33 1/3%.

2. Задачи, связанные с торгово-денежными отношениями.

Задача 1. В стране Тьмутаракани инфляция столь стремительна, что еще 1 ноября один американский доллар стоил там 6000 тьмутараканских купонов, а спустя два месяца,1 января, за него предлагали уже 8640 купонов. Определите месячный процент инфляции, если известно, что в ноябре и декабре он был одинаковым.
Решение.
Пусть x % - месячный процент инфляции.
$6000 + 6000x:100 = 6000 \cdot (1 + x:100)$ – купонов стоил доллар 1 декабря;
$6000 \cdot (1 + x:100) + 6000 \cdot (1 + x:100) \cdot x:100 = 6000 \cdot (1 + x:100)^2$ - купонов стоил доллар 1 января. В результате имеем уравнение:
$6000 \cdot (1 + x:100)^2 = 8640$, откуда
x = 20.
Ответ: 20% - месячный процент инфляции.
Задача 2. На один продукт была два раза снижена цена, каждый раз на 15%, На другой продукт, бывший до снижения в одной цене с первым, снизили цену один раз на x %. Каким должен быть x, чтобы после всех указанных снижений цен оба продукта были вновь в одной цене?

Решение.
Пусть у – первоначальная цена каждого из продуктов, тогда для первого продукта:
первое снижение $y - 0{,}15y = 0{,}85y$,
второе снижение на $0{,}85y \cdot 0{,}15 = 0{,}1275y$ и новая цена $0{,}85y - 0{,}1275y = 0{,}7225y$.
Для второго продукта снижение на х %
х % от у - это ху:100, тогда после снижения цена стала $y - (xy:100) = (100y - xy):100$,
так как после снижений оба продукта вновь стали в одной цене, то
$(100y - xy):100 = 0{,}7225y$,
$100y - xy = 72{,}25y$,
$xy = 100y - 72{,}25y$,
$xy = 27{,}75y$, разделим обе части на у,
$x = 27{,}75$, значит, снижение должно быть на 27,75%.
Ответ: на 27,75%
Задача 3. Магазин, купив два предмета за 225 рублей, продал их, получив 40% прибыли. Сколько стоил магазину каждый предмет, если на первом было получено 25% прибыли, а на втором – 50%?
Пусть А – первоначальная стоимость первого предмета, В – первоначальная стоимость второго предмета, тогда $A + B = 225$.
А1 рублей – это прибыль с первого предмета,
А – 100%,
А1 – 25% , $A1 = 25A:100 = 0{,}25A$,
В1 – это прибыль со второго предмета,
В – 100%,
В1 – 50% , $B1 = 50B:100 = 0{,}5B$,
тогда $A1 + B1 = 90$, так как общая прибыль 40% от 225 рублей составляет 90 рублей.
Имеем систему двух уравнений $\begin{cases} A + B = 225 \\ 0{,}25A + 0{,}5B = 90, \end{cases}$

$$\begin{cases} A + B = 225 \\ A + 2B = 360, \end{cases}$$

$\begin{cases} B = 135 \\ A = 90, \end{cases}$ значит, предмет А стоил магазину 90 рублей, а предмет В стоил магазину 135 рублей.
Ответ: 90 руб.,135 руб.
Задача 4. Фирма продала 3 партии автомобилей. Во второй партии по сравнению с первой автомобиль стоил на 50% дороже, продать удалось на 3 автомобиля меньше, выручка от продажи оказалась на 20% больше. В третьей партии по сравнению с первой автомобиль стоил на 1 тысячу долларов дешевле, продано автомобилей было на 20% больше, а выручка оказалась на 10% меньше. Сколько стоил автомобиль из первой партии?
Решение.

№ партии	Стоимость,$	Количество	Выручка, $
	А	х	Ах
	1,5А	х - 3	1,2Ах
	А - 1000	1,2х	0,9Ах

1,2x (A – 1000) = 0,9Ax,

1,2Ax – 1200x – 0,9Ax = 0,

0,3Ax = 1200x,

A = 4000, значит, 4000 $ стоил автомобиль из первой партии.

Ответ: 4000$

Задача 5. В конце года вкладчику на его сбережения банк начислил проценты, что составило 60 рублей. Добавив 440 руб., вкладчик оставил деньги еще на год. По истечении этого года были начислены проценты. Сумма вклада вместе с процентным начислением составила 2575 рублей. Какова была первоначальная сумма вклада?

Решение.

Пусть x рублей - первоначальная сумма вклада, тогда в конце года (x + 60) руб., в начале следующего года x + 60 + 440 = x + 500 руб., в конце года 2575 руб.

Процент начислений 6000:x, т.к. x руб. – 100 %,

60 руб. - ? %,

$$(x + 500) + \frac{(x + 500)\cdot 6000}{100x} = 2575,$$

$$x + 500 + 60 + \frac{30000}{x} = 2575,$$

$$x + \frac{30000}{x} = 2575 - 560,$$

$x^2 + 30000 - 2015x = 0$,

$x^2 - 2015x + 30000 = 0$,

Д = 4.060.225 – 120.000 = 3.940.225,

x_1 = (2015 + 1985):2 = 2000,

x_2 = (2015 – 1985):2 = 15 не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: первоначальная сумма вклада 2000руб.

Задача 6. Владелец дискотеки имел стабильный доход. В погоне за прибылью повысил цену на билеты на 25%. Количество посетителей уменьшилось. Вернулся к первоначальной цене. На сколько % владелец снизил новую цену билета, чтобы она стала первоначальной?

Решение.

Первоначально	% повышения	Новая цена (2)	Новейшая цена	Понижение в рублях (1)
X	25	x + 0,25x = 1,25x	X	1,25x-x=0,25x

А сколько рублей он потерял?

Какую часть составляет (1) от (2)?

Какую долю составляет незаработанная сумма от той, которую хотел заработать?

$$\frac{0,25x}{1,25x} = \frac{1}{5} = 20\%$$

Ответ: 20%

Задача 7. Магазин выставил на продажу шубу по цене на 150% выше оптовой, затем снизил цену на 20%. После этого новую цену еще снизили на 40% и только потом продали за 36 тысяч рублей. Какую прибыль получил магазин?

Решение.

Оптовая цена x руб., продажа x + 1,5x = 2,5x руб.

% снижения	Новая цена, руб.
20 40	$2,5x - 0,2 \cdot 2,5x = 2,5x(1- 0,2) = 2,5x \cdot 0,8 = 2x$ $2x - 0,4 \cdot 2x = 2x(1 - 0,4) = 2x \cdot 0,6 = 1,2x$

$1,2x = 36000$,

$x = 30000$.

36000 – 30000 = 6000 (руб.) прибыль.

Ответ: магазин получил 6 тысяч рублей прибыли.

3.Задачи на сплавы и смеси.

Задача 1. Имеются два слитка сплава золота с медью. Первый слиток содержит 230 г золота и 20 г меди, а второй – 240 г золота и 60 г меди. От каждого слитка взяли по куску, сплавили их и получили 300 г сплава, в котором оказалось 84% золота. Определите массу (в граммах) куска, взятого от первого слитка.

Решение.

Сплав	Масса золота, г	Масса меди, г	Общая масса, г	% золота	Взяли от общей массы, г	Взяли золота, г
Первый	230	20	250	$230:250 \cdot 100 = 92$	x	0,92x
Второй	240	60	300	$240:300 \cdot 100 = 80$	(300 – x)	0,8(300-x)
Новый	$300 \cdot 0,84 = 252$		300	84		

Уравнение: $0,92x + 0,8(300 - x) = 252$,

$0,92x + 240 - 0,8x = 252$,

$0,12x = 12$,

$x = 12: 0,12$,

$x = 100$

Ответ: от первого слитка взяли 100 г.

Задача 2. Имеются два слитка сплава серебра и олова. Первый слиток содержит 360 г серебра и 40 г олова, а второй слиток – 450 г серебра и 150 г олова. От каждого слитка взяли по куску, сплавили их и получили 200 г сплава, в котором оказалось 81% серебра. Определите массу

(в граммах) куска, взятого от второго слитка.

Решение.

Сплав	Масса серебра, г	Масса олова, г	Общая масса, г	% серебра	Взяли от общей массы, г	Взяли серебра, г
Первый	360	40	400	90	(200-x)	0,9(200 – x)
Второй	450	150	600	75	X	0,75
Новый	162		200	81		

$0,9(200 - x) + 0,75x = 162$,

$180 - 0,9x + 0,75x = 162$,

$-0,15x = -18$,

$x = 120$.

Ответ: 120 г сплава взяли от второго слитка.

Задача 3. Первый сплав серебра и меди содержит 70 г меди, второй – 210 г серебра и 90 г меди. Взяли 225 г первого сплава и кусок второго сплава, сплавили их и получили 300 г сплава, который содержит 82% серебра. Сколько граммов серебра содержалось в первом сплаве?

Решение.

Сплав	Масса серебра, г	Масса меди, г	Общая масса, г	% серебра	Взяли от общей массы, г	Взяли серебра, г
Первый	x	70	70 + x	x:(70+x)·100	225	225x:(x +70)
Второй	210	90	300	(210:300)·100 =70	300-225 =75	75·0,7 = 52,5
Новый	0,82 · 300 = 246		300	82		

$225x:(x + 70) + 52{,}5= 246,$

$225x:(x + 70) = 246 – 52{,}5,$

$225x:(x + 70) = 193{,}5,$

$$\frac{225x}{(x+70)} = \frac{387}{2},$$

$450x = 387(x + 70),$

$450x – 387x = 27090,$

$63x = 27090,$

$x = 430.$

Ответ: 430 граммов серебра содержалось в первом сплаве.

Задача 4. Сплав алюминия и магния отличается большой прочностью и пластичностью. Первый такой сплав содержит 5% магния, второй сплав – 3% магния. Масса второго сплава в 4 раза больше, чем масса первого сплава. Их сплавили и получили 3 кг нового сплава. Определите, сколько граммов магния содержится в новом сплаве.

Решение.

Сплав	Масса магния, г	% магния	Общая масса, г
Первый	30	5	x = 600
Второй	72	3	4x = 2400
Новый	102		

Общая масса 3 кг. 2)m1 магния = 600·0,05 = 30 (г) 3) 30 + 72 = 102(г)

x + 4x = 3000, m2 магния = 2400·0,03 = 72 (г)

5x = 3000,

x = 600.

Ответ: 102 г магния содержится в новом сплаве.

Задача 5. Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавили с 12 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Сколько кг меди было в куске латуни первоначально?

Решение.

Сплав	Масса меди, кг	Масса цинка, кг	% меди	Общая масса, кг
Первый	x + 11	x		2x + 11
Второй	12			
Новый	x + 23	x	75	2x + 23

$(2x + 23) \cdot 0{,}75 = x + 23x,$

$3(2x + 23) = 4x + 92$,

$6x + 69 = 4x + 92$,

$2x = 23$,

$x = 11{,}5$, значит, меди $x + 11 = 11 + 11{,}5 = 22{,}5$ кг

Ответ: 22,5 кг меди было в куске латуни первоначально.

Задача 6. Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 60 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавили со 100 кг меди и получили латунь, в которой 70%. Определите процент содержания меди в первоначальном куске латуни.

Решение.

Сплав	Масса цинка, кг	Масса меди, кг	% меди	Общая масса, кг
Первый	x	$x + 60$	$\frac{x + 60}{2x + 60} \cdot 100$	$2x + 60$
Второй		100		
Новый	x	$100 + x + 60 = 160 + x$	70	$2x + 160$

$0{,}7(2x + 160) = 160 + x$, или $\frac{x + 160}{2x + 160} = 0{,}7$

$1{,}4x + 112 = 160 + x$,

$0{,}4x = 48$,

$x = 120$, значит, меди $180:300 \cdot 100 = 60\%$.

Ответ: 60% меди в первоначальном куске латуни.

Задача 7. Некоторый сплав состоит из двух металлов, входящих в отношении 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27?

Решение.

Сплав	Масса взятого сплава	m1 металла	m2 металла
Первый	x	$\frac{x \cdot 1}{3} = \frac{x}{3}$	$\frac{x \cdot 2}{3} = \frac{2x}{3}$
Второй	y	$\frac{y \cdot 2}{5} = \frac{2y}{5}$	$\frac{y \cdot 3}{5} = \frac{3y}{5}$
Новый	$x + y$	$\frac{(x + y) \cdot 17}{44}$	$\frac{(x + y) \cdot 27}{44}$

1 металл $1 + 2 = 3$ части,

2 металл $2 + 3 = 5$ частей,

новый $17 + 27 = 44$ части.

$\frac{1x}{3} + \frac{2y}{5} = \frac{17(x + y)}{44}$,

$\frac{1x}{3} + \frac{2y}{5} = \frac{17X}{44} + \frac{17y}{44}$, умножим обе части на 15 и на 44

$5x \cdot 44 + 6y \cdot 44 = 17x \cdot 15 + 17y \cdot 15$,

$x \cdot (220 - 255) = y \cdot (255 - 264)$,

$x \cdot (-35) = y \cdot (-9)$, умножим обе части на (-1),

$35x = 9y$.

Ответ: 9 и 35 частей.

Задача 10. Имеется два сплава золота и серебра. В первом - количество этих металлов в отношении 2:3, во втором – в отношении 3:7. Сколько надо взять от каждого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро были бы в отношении 5:11?

Решение.

Сплав	Масса взятого сплава, кг	М золота, кг	М серебра, кг
Первый	x	$\frac{x \cdot 2}{5}$	$\frac{x \cdot 3}{5}$
Второй	8 - x	$\frac{(8-x)\cdot 3}{10} = 0{,}3(8-x)$	$\frac{(8-x)\cdot 7}{10} = 0{,}7(8-x)$
Новый	8		

2 + 3 = 5 частей,

3 + 7 = 10 частей,

5 + 11 = 16 частей.

$$\frac{\text{Золото}\quad \frac{2x}{5} + \frac{3(8-x)}{10}}{\text{Серебро}\quad \frac{3x}{5} + \frac{7(8-x)}{10}} = \frac{5}{11},$$

$$\frac{4x + 3(8-x)}{6x + 7(8-x)} = \frac{5}{11},$$

$$\frac{4x + 24 - 3x}{6x + 56 - 7x} = \frac{5}{11},$$

$$\frac{x + 24}{56 - x} = \frac{5}{11},$$

11x + 264 = 280 – 5x,

16x = 16,

x = 1, значит, от первого сплава взяли 1 кг, от второго 8 – x = 8 – 1 = 7 (кг)

Ответ: 1кг и 7 кг

Задача 9. В колбе было 200 г 80%-ого спирта. Провизор отлил из колбы некоторое количество этого спирта и затем добавил в нее столько же воды, чтобы получить 60%-й спирт. Сколько граммов воды добавил провизор?

Решение.

	Масса раствора, г	% спирта	М спирта, г
Было	200	80	200 · 0,8 = 160
Взял	x	80	0,8x
Осталось	200, т.к. добавили воды	60	160 – 0,8x

$$\frac{160 - 0{,}8x}{200} = 0{,}6,$$

160 – 0,8x = 120,

0,8x = 40,

x = 50, значит, добавили 50 г воды.
Ответ: 50 г.

Задача 10. В колбе 800 г 80%-го спирта. Провизор отлил из колбы 200 г этого спирта и добавил в нее 200 г воды. Определите концентрацию (в процентах) полученного спирта.

Решение.

	Масса раствора, г	% спирта	М спирта, г
Было	800	80	640
Взял	200	80	160
Осталось	800, т.к. добавили 200 г воды	?	640 - 160 = 480

(48:800)·100 = 60%
Ответ: 60%

4. Задачи на сложные проценты.

Задача 1. Зарплата повышалась дважды и возросла с 7000 руб. до 9240 руб. На сколько процентов она повышалась каждый раз, если второе повышение в процентах было вдвое больше первого? Найти общий процент прироста зарплаты.
Решение.
x % от 7000 - это 7000x:100 = 70x руб.– 1-е повышение,
(7000 + 70x) – новая сумма,
2x % от (7000+70x) – это (7000 + 70x)·2x:100 = 1,4x(100+x) =(140x + 1,4x^2) руб. – 2-е повышение,
7000 + 70x + 140x + 1,4x^2 = 9240,
1,4x^2 + 210x – 2240 = 0,
x^2 + 150x – 1600 = 0,
Д = 22500 + 4·1600 = 28900,
x1 = 10, x2 <0
1-е повышение на 10%, 2-е повышение на 20%.
Общий процент прироста зарплаты:
7000 – 100%,
9240 – y %,
y = 9240·100:7000 = 132%,
132 – 100 = 32 %.
Ответ: 10%, 20%, 32%.
Задача 2. В начале года в сберегательную кассу было положено 1500 руб. и в конце года снято 575 руб. Еще через год на книжке оказалось 1050 руб. Сколько процентов в год начисляется на вклад?
Решение.
Пусть x % годовых, тогда через год начислят 1500 · x:100 = 15x руб. и сумма через год (1500 + 15x) руб., так как было снято 575 рублей, осталось (925 + 15x) руб.

Через год на эту сумму начислили проценты $\frac{(925 + 15x)\cdot x}{100}$,

к концу второго года сумма $925 + 15x + \frac{(925 + 15x)\cdot x}{100} = 1050$,

$$925 + 15x + 9{,}25x + 0{,}15x^2 = 1050,$$
$$0{,}15x^2 + 24{,}25x - 125 = 0,$$
$$3x^2 + 485x - 2500 = 0,$$
$$Д = 235225 + 30000 = 265225,$$
$$x1 = (-485 + 515):6 = 5,\ x2 < 0.$$

Ответ: 5% годовых.

Задача 3. Цену товара сначала снизили на 20%, а затем на 15% и еще раз на 10%. На сколько процентов снизилась первоначальная цена?

Решение.

Пусть x – первоначальная цена, 20% от x - это 0,2x,

значит, после первого снижения цена стала x – 0,2x = 0,8x,

15% от этой суммы 0,8x · 0,15 = 0,12x,

значит, после второго снижения цена стала 0,8x – 0,12x = 0,68x,

10% от этой суммы 0,68x · 0,1 = 0,068x,

значит, после третьего снижения цена стала 0,68x – 0,068x = 0,612x.

Если x – 100%,

0,612x - ? %,

$?\% = \frac{0{,}612x\cdot 100}{x} = 61{,}2\%$,

100% - 61,2% = 38,8%.

Ответ: на 38,8% снизилась первоначальная цена.

Задача 4. На некоторую сумму был куплен товар и продан с прибылью в 200 тысяч рублей. На вырученные деньги был куплен новый товар, который был продан за 2420 тысяч рублей, причем процент прибыли остался тем же, что и первый раз. На какую сумму был куплен товар в первый раз?

Решение.

Пусть x тыс. рублей сумма купленного товара,

(x + 200) тыс.руб. после продажи,

Прибыль в % x – 100%,

200 - ?%,

? = 200·100/x = 20000/x процент прибыли.

$(x + 200) + \frac{(x + 200)\cdot 20000}{100x} = 2420,$

$x + 200 + \frac{200x}{x} + \frac{40000}{x} = 2420,$

$x^2 + 200x + 200x + 40000 - 2420x = 0.$

$x^2 - 2020x + 40000 = 0,$

Д = 4.080.400 – 160.000 = 3.920.400.

x1 = (2020 – 1980)/2 = 40/2 = 20, x2 = (2020 + 1980)/2 =2000.

Ответ: 20 тыс. или 2000 тыс. рублей

Задача 5. Три одинаковых суммы денег были помещены в банк на три года под 20% годовых начислений. Первый вклад не трогали, а со второго через год сняли 40%, а еще через год добавили 60% (каждый раз по отношению к текущей сумме). С третьим вкладом проделали те же операции, но проценты исчислялись от исходной суммы. На сколько процентов будут отличаться второй и третий вклады от первого через три года?

Решение.

Первый вклад: x,
через год: $x + 0{,}2x = 1{,}2x$,
через 2 года: $1{,}2x \cdot 0{,}2 = 0{,}24x$ составляют проценты,
$1{,}2x + 0{,}24x = 1{,}44x$ сумма,
через 3 года $1{,}44x \cdot 0{,}2 = 0{,}288x$ составляют проценты.
$1{,}44x + 0{,}288x = 1{,}728x$ сумма

Второй вклад: x,
через год: $x + 0{,}2x = 1{,}2x$,
40% от $1{,}2x$ составляет $0{,}48x$ – эту сумму сняли,
$1{,}2x – 0{,}48x = 0{,}72x$ осталось.
Через 2 года: $0{,}72x \cdot 0{,}2 = 0{,}144x$ составляют проценты,
стало: $0{,}72x + 0{,}144x = 0{,}864x$,
добавили: 60% от $0{,}864x$ т.е. $0{,}5184x$,
стало: $0{,}864x + 0{,}5184x = 1{,}3824x$.
Через 3 года: $1{,}3824x \cdot 0{,}2 = 0{,}27648x$ составляют проценты,
стало: $1{,}3824x + 0{,}27648x = 1{,}65888x$.

Третий вклад: x,
через год: $x + 0{,}2x = 1{,}2x$,
сняли 40% от x, осталось: $1{,}2x – 0{,}4x = 0{,}8x$.
Через 2 года: $0{,}8x \cdot 0.2 = 0{,}16x$ составляют проценты,
стало: $0{,}8x + 0{,}16x = 0{,}96x$,
добавили 60% от x, стало $0{,}96x + 0{,}6x = 1{,}56x$.
Через 3 года: $1{,}56x \cdot 0{,}2 = 0{,}312x$ составляют проценты,
стало: $1{,}56x + 0{,}312x = 1{,}872x$.

Первый вклад $1{,}728x$ – 100%,
второй вклад $1{,}65888x$ – y %,
третий вклад $1{,}872x$ – z %.
$y = 1{,}65888 \cdot 100 : 1{,}728 = 96\%$,
$100 - 96 = 4\%$, второй вклад будет на 4% меньше первого,
$z = 1{,}872 \cdot 100 : 1{,}728 = 325/3 = 108\frac{1}{3}$,
$108\frac{1}{3} - 100 = 8\frac{1}{3}$, третий вклад увеличится на 25/3%.

Ответ: второй вклад будет меньше первого на 4%, а третий вклад будет больше первого на 25/3%.

Приложение 8.

Дроби и проценты.

Изучение курса начинается с повторения понятия процента и решения простейших задач на проценты.

Важным умением при работе с процентами является:

умение переводить проценты в десятичную дробь;

десятичную дробь обращать в проценты;

умение преобразовывать десятичные и обыкновеннее дроби (равные дроби в различных записях).

Более подробно:

а) чтобы перевести проценты в десятичную дробь, надо разделить число процентов на 100.

Например. 1 %= 1/100=0,01; 6%=6/100=0,06;

39%=39/100=0,39; 100%=100/100=1;

254%=254/100=2,54; 0,2%=0,2/100=0,002;

Задание 1. Запишите в виде десятичной дроби:

1 %; 7 %; 45 %; 123 %; 2,5 %; 15 %; 0,8 %; 100 %;

б) Чтобы обратить десятичную дробь в проценты, надо умножить ее на 100.

Например. 0,03 = 0,03 · 100 %=3 %;

0,26 = 0,26 · 100% =26%;

1,35 = 1,35 · 100% = 135%;

0,603= 0,603 · 100%=60,3%;

Задание 2. Запишите в процентах десятичные дроби:

0,87; 0,09; 1,45; 0,035; 2,6; 0,907; 0,001.

в) Чтобы представить обыкновенную дробь в десятичной записи, надо числитель разделить на знаменатель.

Задание 3. Запишите обыкновенные дроби в виде десятичных ½; ¼; ¾; 2/5; 17/50, а затем в виде процентов.

Полезно заполнить следующую таблицу, научиться свободно, заполнять ее, легко восстанавливать связь между дробями и процентами. Данные дроби часто встречаются при решениях задач и в жизни (магазине, банке и т.д.).

Задание 4.

Обыкно-венная дробь	½			1/5			4/5			3/8	
Десяти-чная дробь		0,25			0,4			0,75			0,625
проценты			10%			60%			12,5%		

Простейшие виды задач.

В хозяйственных и статистических расчетах, а так же во многих отраслях науки части величин принято выражать в процентах.

Три данных вида задач:

нахождение процентов от числа;

нахождение числа по известной его части, выраженной в процентах;

сколько процентов составляет одно число от другого.

Задачи простейшего вида рассматриваются в 5 классе, затем при изучении прямой пропорциональной зависимости в 6 классе. Далее с задачами на проценты учащиеся встречаются при подготовке к экзамену по алгебре за курс основной школы.

Далее при изучении химии учащимся предлагаются для решения задачи на смеси, сплавы, концентрацию, процентное содержание, как правило, к тому времени тема «Проценты» и виды задач забыты и учащиеся испытывают затруднения.

А) Нахождение процентов от числа. Чтобы найти проценты от числа, надо число умножить на количество процентов, выраженных дробью.

Найти 25% от 120.

Решение:

1) 25% = 0,25;

2) 120 · 0,25 = 30.

Ответ: 30.

Б) Нахождение числа по известной его части. Чтобы найти число по известной его части, надо число разделить на количество процентов, выраженных десятичной дробью.

Найти число, если 15% его равны 30.

Решение:

1) 15 % = 0,15;

2) 30: 0,15=200.

Ответ: 200.

В) Сколько процентов составляет одно число от другого. Чтобы найти, сколько процентов одно число составляет от другого, надо одно число разделить на другое и умножить на 100.

Задача. Из 24 учащихся за контрольную работу 16 получили 4 и 5. Какой процент учащихся получили 4 и 5?

Решение:

1) 16: 24 = 0,666…≈ 0,67;

2) 0,67 · 100 = 67%.

Ответ: 67%.

Пропорция – равенство между двумя отношениями четырех величин a, b, c, d:

a: b = c: d.

Прямо пропорциональными называют две величины, если отношение их не изменяется, т. е. во сколько раз увеличивается (уменьшается) одна из них, во столько же раз увеличивается (уменьшается) и другая.

Задача.

В школьной библиотеке 210 учебников математики, что составляет 15% всего библиотечного фонда. Сколько всего книг в библиотеке?

Решение:

210 учебников - 15%

Х учебников - 100%

Составим пропорцию

210:Х=15:100, Х=210·100:15=1400(уч.) всего в библиотеке.

Ответ: 1400 учебников.

Приложение 9.

Задачи для подготовки к экзамену за курс основной и средней школы

1. В школьной библиотеке 210 учебников математики, что составляет 15% всего библиотечного фонда. Сколько всего книг в библиотеке?

2. Утром было продано 28% товара, днем – в два раза больше, а вечером – оставшиеся 32 кг. Сколько всего кг товара было продано?

3. Банк за год начисляет 20% на вложенную сумму. Какую сумму вкладчик внес на счет, если через год на счету оказалось 1920 руб.?

4. За стиральную машину и ее установку заплатили 7840 р. Стоимость установки составляет 12% от стоимости машины. Сколько стоит машина?

5. В девятых и десятых классах школы 162 ученика. Число учащихся десятых классов составляет 80% числа учащихся девятых классов. Сколько в школе девятиклассников и сколько десятиклассников?

6. Определите стоимость товара до уценки, если после снижения цены на 30% он стал стоить 56 р.

7. В школе два девятых класса. В 9 «А» учатся 52% всех девятиклассников, а в 9 «Б» - 24 человека. Сколько всего учеников в 9-х классах?

8. В ателье за февраль сшили 126 юбок. Это оказалось на 10% меньше, чем было сшито за январь. Сколько было сшито юбок в январе?

9. В двух школах поселка было 1500 учащихся. Через год число учащихся первой школы увеличилось на 10%, а второй – на 20%, и в результате общее число стало равным 1720. Сколько учащихся было в каждой школе первоначально?

10. В городской думе заседало 60 депутатов, представляющих две партии. После выборов число депутатов от первой партии увеличилось на 12%, а от второй – уменьшилось на 20%. Сколько депутатов от каждой партии оказалось в Думе после выборов, если всего было выбрано 56 депутатов?

11. Два печника, работая вместе, могут сложить печь за 12 часов. Если первый печник будет работать 2 ч, а второй 3 ч, то они выполнят только 20% всей работы. За сколько часов может сложить печь каждый печник, работая отдельно?

12. Смешали 160 г раствора, содержащего 60% соли, и 240 г раствора, содержащего 40% соли. Сколько процентов соли в получившемся растворе?

13.. В январе пакет акций стоил на 10% меньше, чем в феврале. В феврале этот же пакет акций стоил на 20% меньше, чем в марте. На сколько процентов меньше стоимость акций в январе, чем в марте?

14.. Предприятие уменьшило выпуск продукции на 20%. На сколько процентов необходимо теперь увеличить выпуск продукции, чтобы достигнуть его первоначального уровня?

15. Зарплату повысили на р%. Затем новую зарплату повысили на 2р%. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз.

Задания из вступительных экзаменов в ВУЗы.

Математический факультет.

Имеются три металлических слитка. Первый весит 5 кг, второй – 3 кг, и каждый из этих двух слитков содержит 30% меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56% меди, а если второй слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 60% меди. Найти вес третьего слитка и процент содержания меди в нем.

Химический факультет.

Сосуд вместимостью 8 л наполнен смесью кислорода и азота. На долю кислорода приходится 16% вместимости сосуда. Из сосуда выпускают некоторое количество смеси и впускают такое же количество азота, после чего опять выпускают такое же, как в первый раз, количество смеси и опять добавляют столько же азота. В новой смеси кислорода оказалось 9%. Какое количество смеси каждый раз выпускалось из сосуда?

Экономический факультет.

Банк планирует вложить на 1 год 40% имеющихся у него средств клиентов в проект X, а остальные 60% - в проект Y. В зависимости от обстоятельств проект X может принести прибыль в размере от 19 до 24% годовых, а проект Y – от 29 до 34% годовых. В конце года банк обязан вернуть деньги клиентам и выплатить им проценты по заранее установленной ставке. Определить наименьший и наибольший возможный уровень % - ой ставки по вкладам, при которых чистая прибыль банка составит не менее 10 и не более 15% годовых от суммарных вложений в проекты X и Y.

Социологический факультет.

В дошкольном учреждении провели опрос. На вопрос: «Что Вы предпочитаете, кашу или компот?» - большая часть ответила: «Кашу», меньшая: «Компот», а один респондент: «Затрудняюсь ответить». Далее выяснили, что среди любителей компота 30% предпочитают абрикосовый, а 70% - грушевый. У любителей каши уточнили, какую именно кашу они предпочитают. Оказалось, что 56,25% выбрали манную кашу, 37,5% - рисовую, и лишь один ответил: «Затрудняюсь ответить». Сколько детей было опрошено?

Олимпиада по экономике (11 класс).

Задача 1. Господин Лебединский арендует Белый Дом и платит за аренду 20000 долларов в год. Остальные деньги он хранит в банке, что приносит ему 12% годовых. Стоимость дома- 180000 долл. Определите, стоит ли Лебединскому приобретать этот дом, если ему представится такая возможность.

Задача 2. В течении трех лет инфляция составляла соответственно по годам: 1-й год-15%, 2-ой год- 29%, 3-й год-33%. Вы положили свой капитал в банк на 3 года под 21% годовых. На сколько % за 3 года ваш капитал увеличился или уменьшился в реальном исчислении?

Приложение 10.

Решение задач с помощью уравнения.

Проблема заключается в том, что даже при решении несложных задач, возникают затруднения при переводе текста задачи на язык уравнений.

Систематизируем знания по данному вопросу.

Неизвестную величину обозначим через X, тогда

чтобы найти 20% от нее, надо 0,2X;

чтобы увеличить ее, например, на 10%, надо X+0,1X=1,1X;

чтобы уменьшить ее, например, на 30%, надо X-0,3X=0,7X,

в общем виде: если $0 < P < 100$,

чтобы найти P% от X, надо 0,PX;

чтобы увеличить ее на P%, надо X+0,PX=1,PX;

чтобы уменьшить ее на P%, надо X-0,PX=(1-0,P)X, далее составляем уравнение, соответствующее условию задачи.

Задача.

В двух школах поселка было 1500 учащихся. Через год число учащихся первой школы увеличилось на 10%, а второй – на 20%, и в результате общее число стало равным 1720. Сколько учащихся было в каждой школе первоначально?

Решение:

Пусть X учащихся было в первой школе, тогда (1500-X) учащихся было во второй школе. После увеличения на 10% учащихся первой школы их стало X+0,1X=1,1X, а во второй школе стало (1500-X)+0,2(1500-X)=1500-X+300-0,2X=1800-1,2X учащихся. В результате их общее число стало равным 1720. Составим уравнение

$$1{,}1X+1800-1{,}2X=1720$$

$$-0{,}1X=-80$$

$$X=800$$

Таким образом, получили, что 800 учащихся было в первой школе, тогда 700 учащихся было во второй школе первоначально.

Ответ: 800 и 700 учащихся.

Приложение 11.

Процентное содержание. Процентный раствор.

Тип задач на составление уравнений и систем уравнений – задачи на сплавы и смеси, решение которых связано с понятиями «концентрация», «процентное содержание», «проба», «влажность».

Процентное содержание вещества в растворе, иногда называют %-м раствором, например, 15%-й раствор соли.

1. Сколько кг соли в 10 кг соленой воды, если %-е содержание соли 15%?

Решение: $10 \cdot 0{,}15 = 1{,}5$(кг).

Ответ: 1,5 кг.

Процентное содержание вещества в сплаве – это часть, которую составляет вес данного вещества от веса всего сплава.

2. Сплав содержит 10 кг олова и 15 кг цинка. Каково процентное содержание олова и цинка в сплаве?

Решение:

1) $10 + 15 = 25$(кг) сплав;

2) $10 : 25 \cdot 100\% = 40\%$ процентное содержание олова в сплаве.

3) $15 : 25 \cdot 100\% = 60\%$ процентное содержание цинка в сплаве.

Ответ: 40%, 60%.

Концентрация, смеси, сплавы.

Если концентрация вещества в соединении по массе составляет р%, то это означает, что масса этого вещества составляет р% от массы всего соединения.

Пример. Концентрация серебра в сплаве 300 г составляет 87%. Это означает, что чистого серебра в сплаве $300 \cdot 0{,}87 = 261$ г.

В этом примере концентрация вещества выражена в процентах.

Отношение объема чистой компоненты в растворе ко всему объему смеси называется объемной концентрацией этой компоненты.

Сумма концентраций всех компонент, составляющих смесь, равна 1. В этом случае концентрация – безразмерная величина.

Если известно процентное содержание вещества, то его концентрация находится по формуле: $к = р : 100\%$,

к – концентрация вещества;

р – процентное содержание вещества (в процентах).

Дополнительные задачи.

Задача 1. Имеется два сплава, в одном из которых содержится 40%, а в другом 20% серебра. Сколько кг второго слава нужно добавить к 20 кг первого, чтобы после сплавления вместе получить сплав, содержащий 32% серебра?

Решение (с помощью уравнения): Пусть к 20 кг первого сплава нужно добавить X кг второго сплава. Тогда получим (20+X) кг нового сплава. В 20 кг первого сплава содержится $0,4\cdot 20 = 8$ (кг) серебра, а в (20+X) кг нового сплава содержится $0,32\cdot(20+X)$ кг серебра. Составим уравнение: $8+0,2X = 0,32(20+X)$, $X=13\ 1/3$.

Ответ: 13 1/3 кг второго сплава нужно добавить к 20 кг первого, чтобы получить сплав, содержащий 32% серебра.

Задача 2. При смешивании 5%-ного раствора кислоты с 40%-ным раствором кислоты получили 140 г 30%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было для этого взято?

Решение (с помощью системы уравнений):

Проследим за содержанием кислоты в растворах. Возьмем для смешивания X г 5%-ного раствора кислоты (или $0,05X$ г) и Y г 40%-ного раствора (или $0,4Y$ г). Так как в 140 г нового раствора кислоты стало содержаться 30%, т. е. $0,3\cdot 140$ г, то получаем следующее уравнение $0,05X + 0,4Y = 0,3\cdot 140$. Кроме того $X + Y = 140$.

Таким образом, приходим к следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} 0,05X+40Y=30*40 \\ X + Y = 140. \end{cases}$$

Из этой системы находим $X = 40$, $Y = 100$. Итак, 5%-ного раствора кислоты следует взять 40 г, а 40%-ного раствора – 100 г.

Ответ: 40 г, 100 г.

Старинный способ решения.

Таким способом можно решать задачи на смешивание (сплавление) любого числа веществ. Задачам подобного типа уделялось значительное внимание в старинных рукописях и «Арифметике» Л. Ф. Магницкого. Данный способ позволяет получить правильный ответ. Решим предыдущую задачу 2 старинным способом. Друг под другом пишутся содержания кислот имеющихся растворов, слева от них и примерно посередине – содержание кислоты в растворе, который должен получиться после смешивания. Соединив написанные числа черточками, получим такую схему:

5
30
40

Рассмотрим пары 30 и 5; 30 и 40. В каждой паре из большего числа вычтем меньшее, и результат запишем в конце соответствующей черточки. Получится такая схема:

5 10
30
40 25

Из нее делается заключение, что 5%-ного раствора следует взять 10 частей, а 40%-ного – 25 частей (140: 35 = 4 г приходится на одну часть), т. е. для получения 140 г 30%-ного раствора нужно взять 5%-ного раствора 40 г, а 40%-ного – 100 г.

Ответ: 40 г, 100 г.

Задача 3.

В общем виде решим задачу старинным способом.

Предположим, что смешиваются X г a %-ного раствора кислоты (или a:100X г) и Y г b%-ного раствора кислоты (или b:100Y г). При этом необходимо получить c %-ный раствор.

Решение: Пусть для определенности, $a < c < b$,

a b - c
c
b c - a

Задача 4. К 15 л 10%-ного раствора соли добавили 5%-ный раствор соли и получили 8%-ный раствор. Какое количество литров 5%-ного раствора добавили?

Решение (старинным способом):

10 3
8
5 2

Таким образом, 15 л – это 3 части, 15: 3 = 5 л приходится на одну часть, тогда 5 · 2 = 10 л добавили 5%-ного раствора.

Ответ: 10 л.

Приложение 12.

Задачи, содержащие прагматическую ориентацию.

В целом учащиеся приобретают навыки в решении дидактических упражнений на проценты, в то время как в практических, значительно более важных ситуациях не могут применить известные приемы. Не имеют достаточного уровня абстрактного мышления, для выделения в реальных явлениях и процессах математической сущности, связи между изученным материалом и окружающей реальностью.

Задачи для решения, предлагаемые в 9-11 классах, содержат прагматическую ориентацию, их формулировки имеют практическое применение, представляют конкретные интересы.

9 – 11класс.

Раздел 1.

1. В классе присутствует 60% всех учащихся. Сколько процентов учащихся отсутствует?
1. Выразите в процентах ¼ всех жителей города.
3. Найдите 16% от 20000 рублей.
4. Сколько будет, если 20000 руб. увеличить на 16%?
5.Сколько процентов составляют 400 руб. от 200 руб.?
6. 20% некоторой суммы составляют 100 рублей. Какая это сумма?

Раздел 2.

Задания представлены в виде текстовых задач.

1. Квартирная плата повысилась на 20%. За прошлый месяц заплачено 120рублей. Сколько надо заплатить за текущий месяц?
2. В референдуме приняли участие 18 тыс. человек, что составило 60% всех жителей города, имеющих право голоса. Сколько жителей имеют право голоса?
3. В 5 тысячах из выпущенных 20 тысяч коробочек с жевательной резинкой находится сюрприз. Сколько процентов составили коробочки с сюрпризами?
4. Банком установлен тариф на пролонгацию аккредитива в размере 0,2% за квартал от суммы аккредитива. Вычислите размер комиссионных за пролонгацию аккредитива на сумму 100000 рублей за один квартал?
5. В первом квартале литр молока стоил 10 рублей. Во втором квартале цена на молоко повысилась на 20%, а в третьем еще на 50%. Сколько стал стоить литр молока?
6. Фирма платит разносчикам рекламных изданий за первую партию 10 тыс. рублей, а за каждую следующую в тот же день – на 5% больше по сравнению с предыдущей. Сколько получит человек, если в течение одного дня он разнес 4 партии изданий?

Раздел 3.

1. 15% жителей города ежегодно слушают BBC, 45% - радио «Свобода» и 40% - «Голос Америки». Можно ли сказать, что все жители города ежедневно слушают передачи западного радио?

2. Себестоимость товара 30 тыс. рублей. В магазине этот товар продается по цене 90 тыс. руб. Сколько процентов от себестоимости составляет розничная цена.

3. Валовой национальный продукт государства составил 33 млрд. долларов, что соответствует 75% от планировавшегося бюджетом. Найдите плановую величину НВП этого государства.

4. Подоходный налог установлен в размере 13%. До вычета подоходного налога 1% заработной платы отчисляется в пенсионный фонд. Работнику начислено 5420 рублей. Сколько он получит после указанных вычетов?

5. Инфляция составляет 10% каждый месяц. Сколько процентов составила инфляция за два месяца?

6. В результате мелиоративных мероприятий посевные площади увеличились на 150% по сравнению с прошлым годом. Найдите величину посевных площадей этого года, если в прошлом году она была 60 га.